

Larissa Martins Pires
Carlos Vitor De Alencar Carvalho

Implementação do círculo de Mohr para estudos
de tensões principais utilizando o GeoGebra





Implementação do círculo de Mohr para estudos de tensões principais utilizando o GeoGebra

Autores:

Larissa Martins Pires

Carlos Vitor de Alencar Carvalho

Editora da Universidade de Vassouras

Vassouras/RJ

2020

© 2021 Universidade de Vassouras

1ª Edição 2021

Presidente da Fundação Educacional Severino Sombra (FUSVE)

Marco Antonio Vaz Capute

Reitor da Universidade de Vassouras

Marco Antonio Soares de Souza

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação da Universidade de Vassouras

Carlos Eduardo Cardoso

Pró-Reitor de Ciências Tecnológicas e Exatas da Universidade de Vassouras

Bruno Lemos

Coordenador do Curso de Engenharia Civil

Enilson Braga

Editora-Chefe das Revistas *Online* da Universidade de Vassouras

Lígia Marcondes Rodrigues dos Santos

Diagramação e Layout

Carlos Vitor de Alencar Carvalho, Larissa Martins Pires

P665i	Pires, Larissa Martins Implementação do círculo de Mohr para estudos de tensões principais utilizando o GeoGebra / Larissa Martins Pires, Carlos Vitor de Alencar Carvalho – Vassouras : Universidade de Vassouras, 2021. 63 f. Recurso eletrônico Formato: E-book Modo de acesso: http://editora.universidadedevassouras.edu.br/index.php/PT/issue/view/200 ISBN: 978-65-87918-14-3 I. Resistência de materiais. 2. GeoGebra (Software). I. Carvalho, Carlos Vitor de Alencar. II. Universidade de Vassouras. III. Título. CDD 620.112
-------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Vera Lucia Nogueira de Paula

Biblioteca CRB-7 -



Todos os direitos reservados. É permitida a reprodução parcial ou total desta obra, desde que citada a fonte e que não seja para venda ou qualquer fim comercial.

O texto é de responsabilidade de seus autores. As informações nele contidas, bem como as opiniões emitidas, não representam pontos de vista da Universidade de Vassouras.

Sumário

APRESENTAÇÃO	5
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	7
CAPÍTULO 2 - REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA	19
CAPÍTULO 3 - MATERIAIS E MÉTODOS	30
CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E DISCUSSÕES -DETALHAMENTO DO PROJETO	34
CAPÍTULO 5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO	51
CAPÍTULO 6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	55
SOBRE OS AUTORES	59
ÍNDICE REMISSIVO	60

Lista de Quadros

Quadro 1: Fundamentação Sistemática.....	21
Quadro 2: Produtos Provenientes da Pesquisa	53

Lista de Figuras

Figura 1: Zona fraca, zona cisalhada e superfície de cisalhamento.....	10
Figura 2: Deslocamento das Partículas.....	12
Figura 3: Interface do GeoGebra- Círculo de Mohr Para Tensões Principais	35
Figura 4: Interface GeoGebra - Bloco e Plano de Amostra de Solos Para Visualização de Tensões	38
Figura 5: Interface GeoGebra - Ferramenta de determinação de Tensões Nos Solos	38
Figura 6: Planilha GeoGebra - Para tensões em Solos Estratificados ou Saturados.....	41
Figura 7: Ferramenta Continuada (Gráfico Tensões x Profundidade) de Tabela de Tensões.....	44
Figura 8: Interface GeoGebra - Semicírculos de Mohr para Tensão máxima de Cisalhamento.....	45
Figura 9: Interface GeoGebra- Círculo de Mohr Para Estudo de Tensões Cisalhantes	48
Figura 10: Interface GeoGebra- Plano de Tensões de Mohr - Equivalência de Ângulos.....	48

Lista de Equações

$\sigma_{vo} = WA = \gamma \times b2 \times zb2 = \gamma \times z$	Equação 1	39
$\sigma_{vo} = i - 1n\gamma i \times zi$	Equação 2	42
Centro = $\sigma_1 + \sigma_3$	Equação 3	46
$r = \sigma_1 - \sigma_3$	Equação 4	46
$\tau_{máx} = \sigma_1 - \sigma_3$	Equação 5	46

APRESENTAÇÃO

Tendo em vista a dificuldade para se calcular valores provenientes de tensões nos solos, pode-se afirmar que uma solução é a aplicação do método do círculo de Mohr, com isso, desenvolveu-se uma ferramenta de visualização gráfica de tensões através do círculo de Mohr e suas ramificações, conduzindo estudantes de engenharia a dominar questões relacionadas a tensões nos solos. Realizou-se, então, uma pesquisa e constatou-se que existem diversos métodos de análise dos solos, grande parte se dá a partir de estudos realizados após ensaios feitos em laboratórios de estruturas ou fundações. Sabendo disso, foi possível a aplicação de tecnologia para a implementação de formulações e combinações matemáticas (algébricas e geométricas) por meio do

software GeoGebra¹. Diante disso, verifica-se que o produto gerado pode simular e testar hipóteses sobre conceitos relacionados às tensões atuantes (principais, cisalhantes), tanto nas estruturas quanto nas fundações para análise dos solos e outros materiais componentes do sistema. Gerar um bom ciclo de aprendizado e disponibilizar todo o material do projeto na plataforma online do GeoGebra¹, o que impõe a constatação de que a Implementação do círculo de Mohr para estudos de tensões principais utilizando o GeoGebra¹ colabora para uma aprendizagem mais significativa.

¹ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

Capítulo 1 - Introdução

A dificuldade mostrada pelos alunos de graduação em Engenharia nas disciplinas de Resistência dos Materiais tem sido um fator preocupante para o corpo docente há algum tempo. Para que a informação seja passada de forma eficaz, encontra-se uma grande barreira a ser ultrapassada, com isso, conseqüentemente as demais disciplinas provenientes dela podem não ser compreendidas corretamente, englobando também as disciplinas de Mecânica dos Solos.

Nesse contexto, inicialmente observa-se que a história presenteia a comunidade acadêmico/científica com a teoria do estado plano de tensões de Mohr. Em contribuição a isso, atualmente vem ocorrido a crescente aplicação da tecnologia nas áreas de estudo da ciência.

Objetivando a implementação de novas metodologias tem-se a informática em seus diversos ramos de aplicabilidade.

Pode-se dizer, que no âmbito pedagógico novas fôrmas estão sendo criadas para a uma aprendizagem mais “firme” e eficaz com relação a Tempo x Resultado.

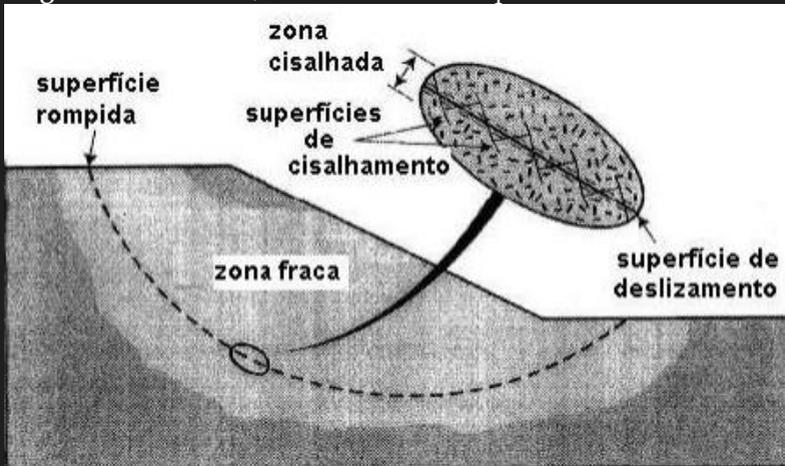
A inovação se entrelaça com os estudantes, os levando a um melhor aproveitamento das disciplinas, e é capaz de levá-los a se desenvolverem em novas habilidades e demonstrar aptidão para diversas práticas.
(BEHAR, 2009)

Segundo (ARIENTI e CRUZ, 2003) um aprendizado eficaz do círculo de Mohr é primordial no processo de formação dos Engenheiros, sendo que as disciplinas posteriores, derivadas da Resistência dos Materiais como

Elementos de Máquinas (Eng. Mecânica) e Teoria das estruturas (Eng. Civil), entre outras, só terão eficiência, se embasadas pelos fundamentos da Resistência. São recomendados requisitos para o ensino e também é exposta a relevância da busca por uma didática melhor nesta disciplina.

Segundo (GERSCOVICH, 2010) a resistência ao cisalhamento do solo à tensão cisalhante ocorre no plano de ruptura e no instante da ruptura, onde também é mostrado que durante o processo de ruptura ocorre que uma camada de solo ao redor da superfície de cisalhamento acaba por perder suas características, situação vista na Figura 1.

Figura 1: Zona fraca, zona cisalhada e superfície de cisalhamento



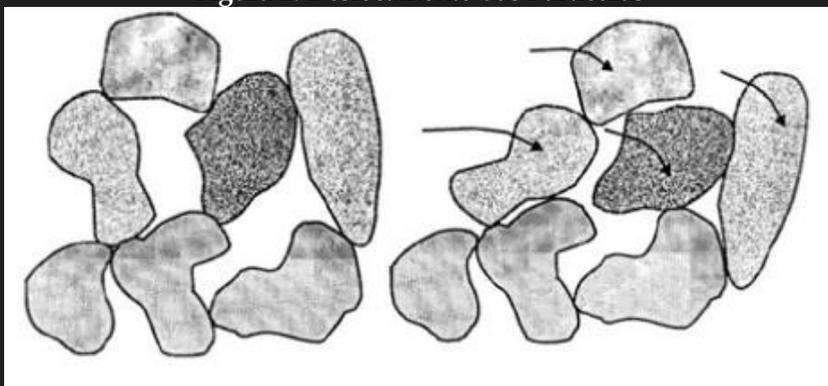
Fonte 1: (GERSCOVICH, 2010)

Além disso, ocorre que, por causa de algumas características do solo, existe a provocação do deslocamento das partículas (Figura 2) em resposta às tensões transmitidas entre os grãos. Conseqüentemente, se tem um evento que é conhecido como “variação volumétrica do solo (recalque ou expansão).” As questões referentes a problemática envolvida no evento citado, podem vir à tona por meio de acréscimos nas tensões totais, por carregamentos externos ou mesmo por

variações no poro pressão, em decorrência disso acontece o rebaixamento do lençol freático.

Em consonância a isso, pode-se dizer que o solo tem uma relação de intimidade com a tensão efetiva (a ser destrinchada no corpo deste ofício), ou seja, a chamada tensão normal entre as partículas eleva a capacidade resistente ao cisalhamento do solo. Isto é, os dados de cálculo sendo insuficientemente eficazes ocasionam em uma mudança considerável das características do solo, deixando o projetista sem base para se defender em caso de recalque, expansão. (MARINHO, 2018)

Figura 2: Deslocamento das Partículas



Fonte 2: (MARINHO, 2018)

Analisando esse cenário e tendo ciência da dificuldade para calcular os valores provenientes das tensões nos solos, viu-se que com a junção do Método do círculo de Mohr aos recursos dispostos na ferramenta GeoGebra² é possível chegar-se a resultados relevantes no tocante ao ensino das disciplinas de Resistência dos Materiais, Geotecnia e fundações, entre outras, envolvendo assuntos pertinentes ao estudo do solo e estruturas.

² Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

Objetivando determinar o valor de tensões e apontar comportamentos cíclicos que podem ser demonstrados em um gráfico que fica representado dentro da interface do *software* GeoGebra³, conduzindo estudantes de engenharia a dominar questões relacionadas a tensões nos solos, utilizando o círculo de Mohr. Além de, apontar a importância da implantação de tecnologias inovadoras no ensino nas universidades para as matérias de Mecânica dos Solos, delimitar as aplicações do círculo de Mohr nos estudos provenientes de Resistência dos Materiais e demonstrar resultados obtidos do projeto de implementação do círculo de Mohr para estudos de tensões principais utilizando o GeoGebra³.

³ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

A performance exposta neste livro se dá de acordo com o *software* GeoGebra⁴ que é um aplicativo matemático que possui uma dinâmica bastante simples, combinando dados de Álgebra e Geometria com aplicação didática. O programa demonstra um ambiente de trabalho totalmente ativo com respostas rápidas, permite ao usuário a escolha de várias ferramentas diferentes: comandos, botões, animações, barras, interfaces, 2D, 3D, plano cartesiano, calculadora, tabelas e etc. Tudo de forma bastante atraente. (VEIGA e CARVALHO, 2015) e (RIOS, RIOS, *et al.*, 2013)

O *software* GeoGebra⁴ foi utilizado para a elaboração deste aplicativo na Versão Clássica 5.0, e as ferramentas deste, são eficazes para serem empregadas neste caso, pois, existem informações de entrada

⁴ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

compatíveis com a realidade de cálculo na qual serão aplicadas e a programação se dará de acordo com as fórmulas desenvolvidas a partir do Estudo da Resistência dos Materiais, Mecânica dos Sólidos e Mecânica dos Solos, onde o estudo das mesmas estabelecem características semelhantes a respeito da informação de entrada. A programação ocorre com baixa margem de erro e permite uma determinada maleabilidade das constantes a serem usadas como informação primária de cálculo. Como resposta a isso, há a visualização gráfica, podendo ser animada em frequência estabelecida pelo usuário, ou de forma estática. O programa permite também a gravação da interface, oferecendo assim ao aluno a oportunidade de rever o resultado de sua análise posteriormente quantas vezes quiser, além disso, também é possível a extração de

“prints” a qualquer instante em sua verificação, e algumas maneiras diferentes de resposta de saída destes.

O aplicativo mostrado neste projeto é uma tecnologia de apoio ao ensino, o objetivo principal do seu uso é melhorar cada vez mais as práticas de ensino e aprendizagem. Uma das formas de se atingir esse objetivo é utilizar recursos de visualização para o entendimento de alguns conceitos que, sem tais recursos, torna-se mais difícil a sua compreensão. Tendo como objetivo principal demonstrar o desenvolvimento de uma ferramenta de visualização do gráfico de tensões através do círculo de Mohr e as personalizações possíveis para o estudo em questão.

O presente e-book se encontra dividido em seis capítulos, sendo o primeiro uma introdução, onde dentre

suas abordagens, apresenta o contexto da pesquisa, a descrição da problemática abordada, a relevância, os objetivos a delimitação e estrutura do trabalho.

No segundo capítulo é exposta a revisão sistemática de literatura, constando, as pesquisas realizadas como base para este livro.

No terceiro capítulo é exposto os materiais e métodos utilizados para o desenvolvimento da ferramenta a ser explanada neste documento.

No quarto capítulo é exposto o detalhamento do projeto com a demonstração do aplicativo desenvolvido.

No quinto capítulo, é possível ter a compreensão dos resultados obtidos e a sua relevância para a aplicação prática.

No sexto capítulo observa-se a bibliografia expondo todas as referências bibliográficas citadas neste livro.

Capítulo 2 - Revisão Sistemática da Literatura

O objetivo desta revisão foi determinar se o incentivo acadêmico nas disciplinas de Mecânica dos Solos seria viável quando se faz menção ao método de Mohr para a determinação das tensões atuantes nos Solos consonantemente a aplicação de tecnologias para um melhor aprendizado, sendo a ferramenta a ser desenvolvida por meio do *software* GeoGebra⁵.

Bases de dados eletrônicas: (GOOGLE SCHOLAR, 2020), (SCIELO - SCIENTIFIC ELECTRONIC LIBRARY ONLINE, 2020) e (MINHA BIBLIOTECA, 2020). Foram consultadas, retrospectivamente até o ano de 2020, usando as seguintes palavras-chave: GeoGebra⁵, tensões nos solos,

⁵ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

círculo de Mohr e ensino. A busca se limitou aos artigos e sites escritos em português.

Os artigos identificados pela estratégia de busca inicial foram avaliados pelos autores, conforme os seguintes critérios de inclusão:

1. Estudantes acadêmicos dos cursos de Engenharia;
2. Aplicação do círculo de Mohr no estudo de tensões;
3. Aplicação da ferramenta GeoGebra⁶ para estudo de tensões nos solos pelo método de Mohr.

Os estudos que cumpriram os critérios de inclusão foram avaliados quanto à qualidade metodológica, a aplicabilidade prática para este projeto e a formação de

⁶ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

dados de entrada suficientes para a programação da ferramenta criada por meio do *software* GeoGebra⁶.

Os artigos incluídos nesta revisão sistemática são apresentados em um quadro que destaca suas características principais, mostrado abaixo.

Quadro 1: Fundamentação Sistemática

Autor	Título	Ano
William de Jesus Stoll, <i>et al.</i>	Resistência ao cisalhamento dos solos aplicado na engenharia civil	2019
Felipe Marinho	Distribuição de tensões nos solos: tensões geostáticas	2018
Carlos Vitor de Alecar Carvalho, <i>et al.</i>	Desenvolvimento e utilização de materiais potencialmente significativos para o ensino de torção em cursos de engenharia: Uma experiência em sala de aula com o software GeoGebra	2015
Matheus Luis Welter	Estudo comparativo entre modelos de obtenção de tensão admissível do solo e previsão de recalques de fundações superficiais baseados no nspt e em parâmetros de resistência e deformabilidade	2014
Karina Menezes Machado, <i>et al.</i>	Retroanálise de um deslizamento de encosta em solo residual no Município de Nova Friburgo - RJ	2013

Bruno Nunes Myrrha, <i>et al.</i>	Interação entre o Ensino Médio e o Ensino Superior: Uma experiência com conceitos de Mecânica Vetorial utilizando O Software Geogebra	2013
Denise M. S. Gerscovich	Resistência ao Cisalhamento	2010
Marcos Silveira, <i>et al.</i>	Ambiente visual para o estudo de tensões nos solos	2010
Patricia Alejandra Behar, <i>et al.</i>	Modelos pedagógicos em educação a distância	2009
Leonardo Leal Arienti e Amaury Bordallo Cruz	Metodologia no ensino do Círculo de Mohr	2003
M. A. Teixeira, <i>et al.</i>	Seção I - Física do Solo: Equipamento para extração de amostras indeformadas de solo	2000
Homero Pinto Caputo	Mecânica dos Solos e suas aplicações: Fundamentos	1988

Fonte 3: Os autores

Em (STOLL, NASCIMENTO, *et al.*, 2019) é descrito e analisado o processo de resistência ao cisalhamento do solo, levando em consideração seus benefícios e contribuições para construção civil, além de caracterizado os critérios de ruptura do solo, suas representações gráficas e matemáticas, e sua aplicabilidade na engenharia civil, a partir das contribuições da Mecânica dos Solos

desenvolvidas por Terzaghi e Christian Otto Mohr, além da descrição e caracterização dos ensaios utilizados para determinar a resistência dos solos.

Em (MARINHO, 2018) é demonstrado de forma dinâmica e simples os efeitos causados pelas tensões nos solos e suas envoltórias teóricas.

Em (VEIGA e CARVALHO, 2015) é apresentado possibilidades do uso do *software* GeoGebra⁷ para o desenvolvimento de Materiais Potencialmente Significativos (MPS) para o ensino do conceito sobre torção, ministrado em cursos de Engenharia na disciplina de Resistência dos Materiais. O material foi utilizado em sala de aula e em seguida foi feita uma análise qualitativa e quantitativa. Quanto ao teste quantitativo foi verificado

⁷ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

que a utilização do MPS interferiu positivamente na média da turma. Do ponto de vista qualitativo também houve uma boa aceitação dos sujeitos envolvidos na pesquisa.

Em (WELTER, 2014) foi realizado um comparativo entre os modelos de obtenção de tensão admissível do solo e previsão de recalques de fundações superficiais baseados no NSPT e em parâmetros de resistência e deformabilidade. Procurou-se obter um comparativo entre os modelos empíricos e analíticos principalmente quanto ao impacto que as formulações possuem no dimensionamento dos elementos de fundação. Para o embasamento da sua determinação da Resistência ao cisalhamento do solo, ele utilizou o Critério de ruptura de Mohr - Coulomb.

Em (MACHADO, 2013) é apresentada a retroanálise de um escorregamento em solo residual. Foram realizados trabalhos de campo para a retirada de amostras indeformadas do solo local e levantamento topográfico. A partir das amostras coletadas, foram executados ensaios de cisalhamento direto para obtenção dos parâmetros de resistência do solo utilizando o critério de Mohr, a envoltória de Mohr, etc.

Em (RIOS, RIOS, *et al.*, 2013) é apresentado o relato da experiência de interação entre o ensino superior e o ensino médio através de uma abordagem com conceitos da temática Mecânica Vetorial mediada por tecnologias. Utilizando como temática principal a Mecânica Vetorial e como ferramenta computacional o *software* GeoGebra⁸. Mostra que várias atividades foram desenvolvidas pelos

⁸ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

estudantes do ensino médio e pelos estudantes do curso de Engenharia Civil com o *software* GeoGebra⁹, onde os alunos puderam desenvolver, alterar, testar hipóteses e simular diversas situações onde a Mecânica Vetorial é aplicada em problemas de engenharia.

Em (GERSCOVICH, 2010) o conteúdo mostrado aborda a explicação didática sobre o deslizamento de terra e corridas de solo residual e deslizamentos de rocha em seus termos matemáticos e explanatórios.

Em (SILVEIRA, DVORANEN, *et al.*, 2010) é apresentado um programa de computador para o estudo de tensões nos solos. Utilizando o programa Matlab na versão denominada 2007b com um ambiente visual constituído por dois módulos, sendo um para o estudo da

⁹ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

propagação de tensões nos solos e o outro para análises no estado plano de tensões a partir do círculo de tensões de Mohr. No primeiro módulo foram implementadas algumas soluções da teoria da elasticidade para cálculo do acréscimo de tensão vertical em um ponto da massa de solo. No segundo foram implementadas as equações do círculo de Mohr com as convenções da Mecânica dos Solos.

Em (BEHAR, 2009) é trabalhada a ideia de que o planejamento para ensino deve ser possível de constituir conhecimento, desenvolver capacidades, habilidades e competências.

Em (ARIENTI e CRUZ, 2003) é exposta uma pesquisa feita pelos autores com a relação entre o ensino e o aprendizado das disciplinas de Resistência dos Materiais

nos cursos de Engenharia Mecânica e dentro dos tópicos abordados pelas diversas disciplinas que compõem a matéria de Resistência dos Materiais, qual o de mais difícil aprendizado e assimilação definitiva. O resultado incontestemente aponta diretamente para o círculo de Mohr.

Em (M.A., P.S.G. e O.A., 2000) foi desenvolvido um equipamento para coletar amostras indeformadas de solo, bem como avaliar a qualidade das amostras retiradas. Os testes foram: inspeção visual, densidade do solo, ensaio de compressão triaxial rápido e ensaio de adensamento. Utilizando o círculo de Mohr, por exemplo, para as verificações dos ensaios.

Em (CAPUTO, 1988) no capítulo 10, ao se tratar de Tensões e Deformações. Elasticidade, Plasticidade e Reologia. É detalhado teoricamente as aplicações

analíticas do círculo de Mohr para a determinação da tensão máxima de cisalhamento, para as representações das três tensões principais do círculo, para analisar como as mesmas trabalham no estado simples de tensão, para aprender a analisar a ruptura do solo a partir da curva intrínseca junto com o diagrama de Mohr e também chegar a outras conclusões possíveis ao se realizar análises condicionantes ao estudo das tensões de cisalhamento.

Capítulo 3 - Materiais e Métodos

Para que houvesse a validação dessa pesquisa foi necessário inicialmente uma análise literária da utilização desse projeto. Como o mesmo baseia-se em trazer facilidade ao entendimento prático dos procedimentos de análise de tensões para o público acadêmico, esta pesquisa delimitou-se ao estudo do círculo de Mohr para devido fim, além da aplicação do conhecimento tecnológico por meio do *software* GeoGebra¹⁰ e também outras vantagens que já foram devidamente percorridas no corpo desse ofício.

Para que se compreendesse de forma mais profunda a problemática causada devido à má aprendizagem dos alunos nas disciplinas ligadas ao estudo dos solos e as influências das diversas tensões além

¹⁰ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

dos pesos aos quais os mesmos são submetidos, pode-se dizer que as literaturas disponíveis para devidas finalidades mostram o assunto de forma eficaz, porém, complexa e abrangente, como mostrado no capítulo 10 de (CAPUTO, 1988), tal material é comumente usado no estudo dos solos para aplicações de Engenharia.

Em complemento a isso, pode-se dizer que existem diversos métodos de análise dos solos, grande parte dos conteúdos mostrados na bibliografia deste projeto se dão a partir de estudos realizados após ensaios feitos em laboratórios de estruturas ou fundações (STOLL, NASCIMENTO, *et al.*, 2019), ou vem na mesma linha da qual este trabalho caminha, a saber, como ferramenta facilitadora/inovadora (SILVEIRA, DVORANEN, *et al.*, 2010) dos estudos ou análises a serem realizadas.

Para o ambiente de trabalho da ferramenta foi utilizado o *software* GeoGebra¹¹ na Versão 5.0, o qual oferece uma gama de ferramentas eficazes para a programação e de fácil acesso a todos os usuários por possuir *download* gratuito, o projeto busca utilizar o máximo de ferramentas possíveis para diminuir o máximo possível o tempo de trabalho do usuário entre o valor inicial que o mesmo terá de dados de entrada extraídos de ensaio ou até mesmo de uma atividade/exercício didático e a resposta a ser mostrada nas interfaces utilizadas para o projeto. Além disso, todos os resultados obtidos nesse trabalho estão disponibilizados na plataforma online do GeoGebra¹¹, disponível para outros usuários em torno o mundo.

¹¹ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

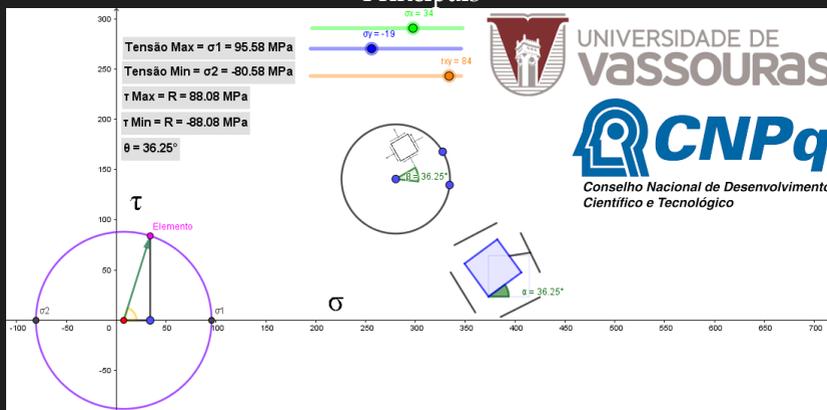
O aplicativo desenvolvido partiu do fato dos valores matemáticos obtidos nas correlações existentes entre as tensões analisadas, possuírem a característica de ciclividade, a qual Christian Otto Mohr, mais conhecido como Otto Mohr, percebeu e desenvolveu análises cujos resultados se apresentassem em círculos, é possível ler sobre o que ele desenvolveu nas diversas fontes citadas bibliograficamente neste projeto. As equações características da curva são utilizadas como informação de entrada para a programação e os valores de Tensão, Profundidade, Nível d'Água, Nível do Terreno, Módulo de Elasticidade entre outros, são dispostos em botões de entrada exibidos como controles deslizantes ou valores tabelados, tudo para mostrar que a ferramenta é flexível e pode ser usada em uma grande gama de valores.

Capítulo 4 - Resultados E Discussões - Detalhamento Do Projeto

- **Ferramenta Desenvolvida No GeoGebra¹²:** A princípio foram obtidas aplicações das equações de Mohr de forma demonstrativa para o cálculo de tensões estruturais, uma ferramenta, implementando a visualização do gráfico de tensões através do círculo de Mohr, aplicado a disciplina de Resistência dos Materiais e Mecânica dos Solos. Devido ao fato, de o círculo de Mohr ser um método de visualização gráfica muito utilizado para a resolução de problemas relacionados a deformações e tensões principais. Em síntese, foi necessário que cada plano fosse representado por um ponto em um sistema de coordenadas (σ, τ) , como visto na Figura 3.

¹² Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

Figura 3: Interface do GeoGebra– Círculo de Mohr Para Tensões Principais



Para atingir esse objetivo foram necessários: (a) analisar o funcionamento matemático das equações essenciais para montar o círculo de Mohr; (b) modelar no programa GeoGebra¹³ as equações referentes, dando corpo ao projeto. Após a análise matemática, incluiu-se o desenvolvimento da implementação computacional no GeoGebra¹⁴ trabalhando com valores relacionados ao

¹³ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

¹⁴ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

estado plano de tensões e relações com as tensões, atuando em angulações diferentes. O resultado obtido nesta etapa da atividade mostrou que através da visualização gráfica, as tensões normais: máxima e mínima, bem como, as tensões cisalhantes: máxima e mínima, junto com seu ângulo de forma dinâmica, estão de acordo com os resultados previstos na literatura.

- **Sistema - Círculo de Mohr Para Tensões:** Para o estudo de tensões atuantes em determinada profundidade abaixo de um maciço terroso. Foi traçado um plano de aplicação de dados provenientes dos estudos básicos iniciais da disciplina de Mecânica dos Solos e obteve-se um resultado por meio de programações utilizando variadas ferramentas do

software GeoGebra¹⁵ para conduzir o aluno a compreensão mínima das etapas que precedem o entendimento da finalidade do estudo das tensões principais e cisalhantes. De início a ferramenta mostra como decorre a obtenção de valores de tensões verticais, horizontais e como elas são afetadas por fatores como, bulbo de tensões, sobrecarga, carga do solo proveniente do peso específico e a presença de água que conduz o solo a saturação e modifica respostas dadas pelo solo.

Partindo do pressuposto de que a atuação ocorre com estado plano de tensões, pega-se a ideia de um bloco de amostra do solo o situando a profundidade desejada, mostrando se há a presença de nível d'água ou não, e

¹⁵ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

A partir das relações da Resistência dos Solos, é possível a obtenção de valores de Tensão Vertical, graças a equação 1:

$$\sigma_{vo} = \frac{W}{A} = \frac{\gamma \times b^2 \times z}{b^2} = \gamma \times z \quad \text{Equação 1}$$

Onde:

$$W = \gamma \times V \text{ (Peso do Prisma)}$$

$$V = b^2 \times z \text{ (Volume do Prisma)}$$

$$A = b^2 \text{ (área do Prisma)}$$

$$\gamma = \text{peso específico natural do solo}$$

Levando em consideração as equações da disciplina de Mecânica dos Solos, tem-se o resultado mostrado através da ferramenta de determinação de tensões provenientes de fatores influenciadores nos solos. As variáveis relacionadas são:

N_t = Nível do Terreno

N_a = Nível d'água

P_{ep} = Peso Específico do Solo

dim_A, dim_B = Dimensões do material coletado

Para que se tenha uma proximidade maior com o que vem a ser encontrado nos solos reais, foi criada uma planilha de Tensões verticais, explorando as funções de Planilha do GeoGebra¹⁶ e demonstrando a possibilidade de se trabalhar com solos estratificados e/ou saturados, o usuário tem a oportunidade de trabalhar com visualização gráfica e relacionar seus resultados por meio da tabela vista na Figura 6.

¹⁶ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

Figura 6: Planilha GeoGebra - Para tensões em Solos Estratificados ou Saturados



UNIVERSIDADE DE VASSOURAS
CNPq
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

Planilha

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Camada	Peso Especifico(KNm ³)	Profundidade(m)	Tensão vertical(KNm ²)	b	Peso E. Solo Sat.(KNm ³)	Tensão Vertical S.S.(KNm ²)	Profundidade(m)	Tensão Total(KNm ²)
2	1	31	-10	310		33	330	-10	640
3	2	33	-9	297		35	315	-9	612
4	3	30	-8	240		32	256	-8	496
5	4	25	-7	175		27	189	-7	364
6	5	18	-6	108		20	120	-6	228
7	6	21	-5	105		23	115	-5	220
8	7	15	-4	60		17	68	-4	128
9	8	12	-3	36		14	42	-3	78
10	9	10	-2	20		12	24	-2	44
11	10	8	-1	8		10	10	-1	18
12			Total	1359		Total S.S.	1469	Total Tt.	2828
13									

Fonte 7: (PIRES e CARVALHO, 2020d)

Adotam-se valores estimados para o aprendizado, ou valores coletados em ensaios de laboratório. Os valores de Tensão Vertical Total poderão ser avaliados em casos de Solos Secos ou Saturados, vale ressaltar que a profundidade pode ser mudada com facilidade já que as tabelas do GeoGebra¹⁷ têm semelhança às tabelas do Excel, na qual a maioria dos profissionais e estudantes tem

¹⁷ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

conhecimento. Levando-se em consideração que as contas da Planilha se referem aos valores de Tensões Verticais, a partir da relação tratada matematicamente através da equação 2:

$$\sigma_{v0} = \sum_{i=1}^n \gamma(i) \times z(i) \quad \text{Equação 2}$$

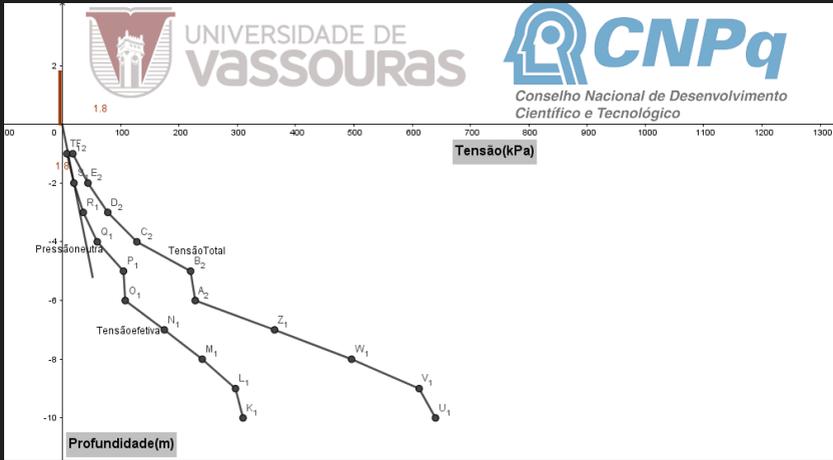
Onde, um solo estratificado contém “n” camadas e o valor da Tensão Vertical (σ_{v0}) em determinada profundidade é proveniente do somatório de $\gamma(i) \times z(i)$, onde “i” varia de um a “n”. Voltando para a janela principal de visualização da atual ferramenta, encontram-se os valores referentes às tensões totais tratadas nas tabelas, e ainda, mensagens guiando o usuário a respeito de, em qual caso eles se enquadram.

Sendo:

γ = *Peso específico natural do solo* e z = *Profundidade*

Além de oferecer também ao usuário a oportunidade de visualizar o diagrama de variações de *Tensões × Profundidade* (Figura 7) para que seja possível uma análise mais apropriada para o tipo de solo no qual ele esteja trabalhando ou estudando. Como Resultado tem-se todas as informações finais importantes para dar prosseguimento para os estudos mais profundos das tensões nos solos, através do método de Mohr.

Figura 7: Ferramenta Continuada (Gráfico Tensões x Profundidade) de Tabela de Tensões

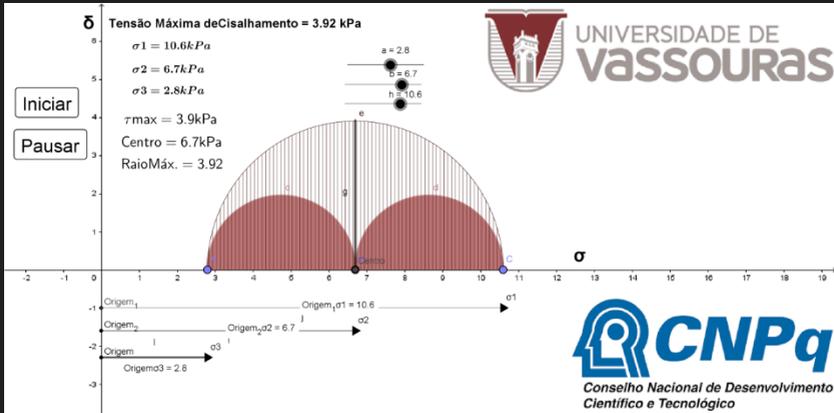


Fonte 8: (PIRES e CARVALHO, 2020e)

Para a próxima etapa da pesquisa, se utilizou relações decorrentes das ferramentas teóricas mostradas por Homero Pinto Caputo e outras referências do Campo da Mecânica dos Solos, para as análises de diversos ensaios distintos. As aplicações de Mohr podem ser assertivas de maneiras diversas devido a amplitude de suas aplicações. No plano cartesiano com coordenadas em (σ, δ) , aplicam-se três semicírculos cujo maior deles

alcança a tensão máxima de cisalhamento, cujo valor é igual ao raio do mesmo (Figura 8).

Figura 8: Interface GeoGebra - Semicírculos de Mohr para Tensão máxima de Cisalhamento



Fonte 9: (PIRES e CARVALHO, 2020f)

Onde:

σ = Eixo das Tensões Principais

δ = Eixo das Tensões Cisalhantes

Os valores de σ e τ , são obtidos graficamente pelo círculo de tensões/círculo de Mohr. Para a definição do valor a ser empregado no centro utiliza-se a equação 3.

$$\text{Centro} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad \text{Equação 3}$$

Para os valores do Raio é aplicado a equação 4:

$$r = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad \text{Equação 4}$$

Para a definição da Tensão máxima, adota-se a equação 5:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad \text{Equação 5}$$

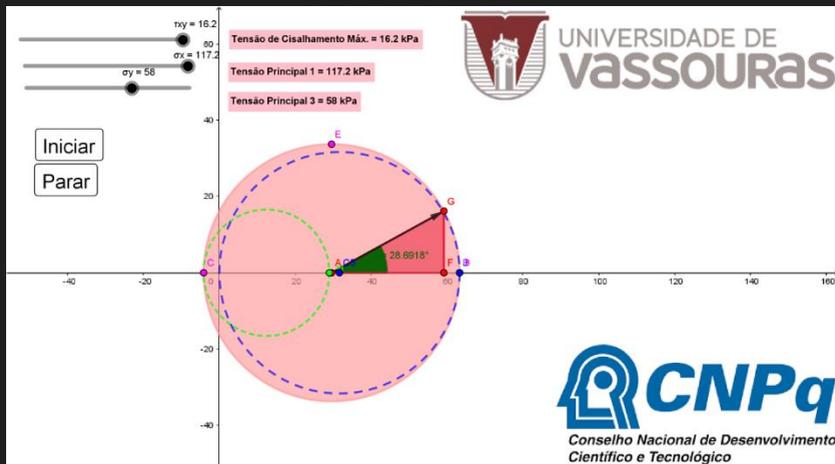
O círculo de Mohr para análise da informação de entrada se baseia em três valores de Tensões Principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) e Três Valores de Tensões de Cisalhamentos (Raio dos semicírculos: c, d, e), onde uma delas será a maior (RaioMáx.) a ser utilizada para a análise da ruptura do material em questão. Partindo do ponto em que

sempre existirão três tensões, na qual às vezes uma delas será nula.

Para a Análise dos efeitos do ângulo de inclinação usado para o estudo da aplicação do círculo de Mohr para o estado Plano de tensões tem-se as correlações mostradas nas figuras 9 e 10, feitas na ferramenta GeoGebra¹⁸, permitindo a visualização do gráfico em casos de ângulo, Tensão Horizontal e Vertical Variadas.

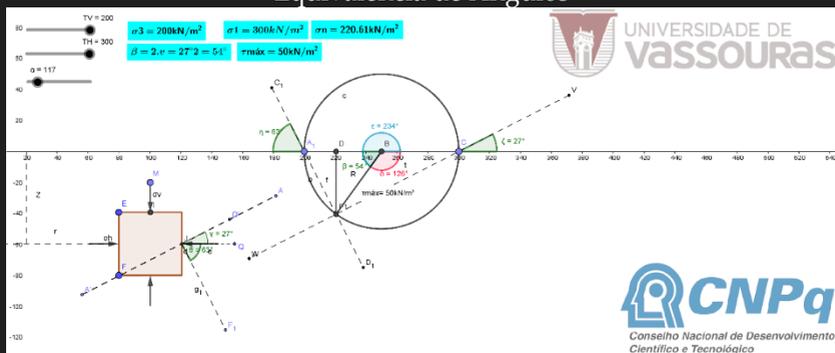
¹⁸ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

Figura 9: Interface GeoGebra- Círculo de Mohr Para Estudo de Tensões Cisalhantes



Fonte 10: (PIRES e CARVALHO, 2020g)

Figura 10: Interface GeoGebra- Plano de Tensões de Mohr - Equivalência de Ângulos



Fonte 11: (PIRES e CARVALHO, 2020h)

Onde:

σ_n = Tensão Normal aos Planos de Cisalhamento Máximo

Os Resultados preliminares indicam que o produto gerado pode simular e testar hipóteses sobre conceitos relacionados às tensões atuantes (principais, cisalhantes), tanto nas estruturas quanto nas fundações para análise dos solos e outros materiais componentes do sistema existente na realidade de trabalho e estudo do profissional e estudante de engenharia estrutural, principalmente nas disciplinas da área de Resistência dos Materiais e afins. Foi desenvolvida uma série de possibilidades muito interessantes para fazer com que os conceitos aqui divulgados estimulem a atenção de outros alunos, incentivando novas simulações e, nos referindo aos tópicos aqui divulgados, gerando assim um bom ciclo de aprendizado. Todo o material do trabalho concluído, está

disponibilizado na plataforma online do GeoGebra¹⁹,
disponível para outros usuários em torno o mundo.

¹⁹ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

Capítulo 5 - Considerações Finais E Conclusão

No decorrer deste projeto foi apresentado o desenvolvimento de uma ferramenta gráfica, para dimensionar tensões em solos, para a análise do comportamento de determinado tipo de solo a determinada profundidade a ser submetido a carregamentos. Partindo de informações de entrada retiradas de equações provenientes dos estudos de Resistência dos Materiais/Solos e implementações de códigos e programações no GeoGebra²⁰, estabeleceu-se a criação de um aplicativo online que proporciona testes e análises de solos para uso de estudantes e profissionais.

A ferramenta cumpre com a proposta inicial de obter uma agilidade maior na obtenção de resultados e compreensão

²⁰ Disponível em: <https://www.geogebra.org/>

por parte dos estudantes, além da inserção tecnológica no ensino, e pode ser aprimorado ou utilizado como base para trabalhos futuros, tendo uma interface que demonstre as relações equacionarias das tensões, visualização e compreensão das interferências do nível d'água e camadas distintas de solo no comportamento do solo, como a possível visualização e compreensão das angulações e suas correlações nos estudos dos solos e partículas terrosas. Para aprimoramento, pretende-se efetuar mais testes utilizando dados coletados em laboratório, aplicar a ferramenta em ambientes educacionais de forma prática e aplicar relações de ruptura dos solos. Todo o trabalho teve apoio da empresa CNPQ, que apoiou a pesquisa com uma bolsa de Iniciação Científica e pode gerar produtos eletrônicos, como relacionado no quadro 2.

Quadro 2: Produtos Provenientes da Pesquisa

Produto	Descrição	Endereço Eletrônico (Link)
1	PIRES, L. M. ; CARVALHO, C. V. A. . Material Didático Potencialmente Significativo para o estudo das Tensões Principais em Estruturas utilizando Circulo de Mohr. 2020. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Material Didático usando o software GeoGebra).	https://www.geogebra.org/m/kpnktx59
2	PIRES, L. M. ; CARVALHO, C. V. A. . Material Didático Potencialmente Significativo no estudo do Bloco de Amostra de Solos Para Visualização de Tensões. 2020. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Material Didático usando o software GeoGebra).	https://www.geogebra.org/m/jr5uzwz6
3	PIRES, L. M. ; CARVALHO, C. V. A. . Material Didático Potencialmente Significativo no estudo das Tensões Verticais Nos Solos. 2020. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Material Didático usando o software GeoGebra).	https://www.geogebra.org/m/pnkma3qm
4	PIRES, L. M. ; CARVALHO, C. V. A. . Material Didático Potencialmente Significativo no estudo das tensões em Solos Estratificados ou Saturados Por Meio de Uma Planilha. 2020. (Desenvolvimento de material	https://www.geogebra.org/m/dda2vrjg

	didático ou instrucional - Material didático usando o software GeoGebra).	
5	PIRES, L. M. ; CARVALHO, C. V. A. . Material Didático Potencialmente Significativo no estudo do Gráfico (Tensões x Profundidade) de Tabela de Tensões em Solos Estratificados. 2020. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Material Didático usando o software GeoGebra).	https://www.geogebra.org/m/kxedgcx3
6	PIRES, L. M. ; CARVALHO, C. V. A. . Material Didático Potencialmente Significativo no estudo dos Semicírculos de Mohr para Tensão Máxima de Cisalhamento. 2020. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Material Didático usando o software GeoGebra).	https://www.geogebra.org/m/k2bmdnbt
7	PIRES, L. M. ; CARVALHO, C. V. A. . Material Didático Potencialmente Significativo no estudo Círculos de Mohr Para Estudo de Tensões Cisalhantes Mínimas e Máximas. 2020. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Material didático usando o software GeoGebra).	https://www.geogebra.org/m/vfsnfvzu
8	PIRES, L. M. ; CARVALHO, C. V. A. . Material Didático Potencialmente Significativo no estudo do Plano de Tensões de Mohr e sua Equivalência de Ângulos. 2020. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Material Didático usando o software	https://www.geogebra.org/m/df6cxp2w

Capítulo 6 - Referências Bibliográficas

BEHAR, C. P. A. E. **Modelos Pedagógicos em Educação a Distância**. Porto Alegre: artmed, 2009.

CAPUTO, H. P. **Mecânica dos Solos E Suas Aplicações**. 6º. ed. Rio de Janeiro: LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., v. 1, 1988. Cap. 10, p. 112-157.

GEOGEBRA - **Aplicativos Matemáticos**. GeoGebra, 2020. Disponível em:

<<https://www.geogebra.org/>>. Acesso em: 18 mar. 2020.

LETÍCIA PARANHOS RIOS, M. P. R. N. D. B. L. M. N. R. L. B. N. M. R. B. D. O. G. E. C. V. D. A. C. **Interação Entre O Ensino Médio e o Ensino Superior: Uma Experiência com Conceitos de Mecânica Vetorial Utilizando O Software Geogebra**. Valença: [s.n.], 2013.

GERSCOVICH, D. M. S. **Resistência ao Cisalhamento**. FEUERJ. Disponível em: <<https://pt.scribd.com/document/356931209/Resistencia-Ao-Cisalhamento-Denise-Gerscovich-2>>. Acesso em: 27 de Nov. 2020

M.A., T.; P.S.G., M.; O.A., B. **Seção I - Física do Solo: Equipamento para Extração de Amostras Indeformadas de Solo**. FINEP, Campinas, Maio 2000.

MACHADO, K. Retroanálise De Um Deslizamento De Encosta Em Solo Residual No Município De Nova Friburgo. Pantheon, Nova Friburgo, Rj, 2013.

MARINHO, F. Distribuição de tensões nos solos: tensões geostáticas. Guia da Engenharia, 2018. Disponível em: <<https://www.guiadaengenharia.com/tensoes-solos-geostaticas/>>. Acesso em: Abril 2020.

RIOS, R. M. L. R. G. E. C. Interação entre Ensino Médio e o Ensino Superior: Uma experiência com conceitos de Mecânica Vetorial Utilizando o Software Geogebra. Cobenge, Gramado - RS, 2013.

SILVEIRA, M. V. et al. Ambiente visual para o estudo de tensões nos solos. ResearchGate, Maringá, 2010.

STOLL, W. D. J. et al. Resistência Ao Cisalhamento Dos Solos Aplicado Na Engenharia Civil. Anais Colóquio Estadual de Pesquisa Multidisciplinar(ISSN- 2527-2500) \$ Congresso Nacional de Pesquisa Multidisciplinar, 05 nov. 2019.

VEIGA; CARVALHO, C. V. Desenvolvimento e Utilização de Materiais Potencialmente Significativos Para O Ensino De Torção Em Cursos de Engenharia: Uma Experiência Em Sala De Aula Com O Software GeoGebra. COBENGE, Porto Alegre, 2015.

WELTER, M. L. Estudo comparativo entre modelos de obtenção de tensão admissível do solo e previsão de recalques de fundações superficiais baseados no N_{spt} e em parâmetros de resistência e deformabilidade. Repositório UNISC, Santa Cruz do Sul, p. 30-31, 2014.

ARIENTI, Leonardo Leal; CRUZ, Amaury Bordallo. **Metodologia No Ensino Do Círculo De Mohr**. COBENGE, 2003.

MINHA Biblioteca. **Bibliotecas do Sistema Integrado de Bibliotecas (SIB) - Universidade de Vassouras**, 2020. Disponível em: <<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/>>. Acesso em: abr. 2020.

SCIELO - **Scientific Electronic Library Online**. Scielo, 2020. Disponível em: <<https://scielo.org/>>. Acesso em: 2020.

PIRES, L.; CARVALHO, C. V. Círculo de Mohr Para Tensões Principais. GeoGebra, 2020. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/kpnktx59>>. Acesso em: 2020a.

PIRES, L.; CARVALHO, V. Bloco e Plano de Amostra de Solos Para Visualização de Tensões. GeoGebra, 2020. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/jr5uzwz6>>. Acesso em: 2020b.

PIRES, L.; CARVALHO, C. V. Ferramenta de determinação de Tensões Nos Solos. GeoGebra, 2020. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/pnkma3qm>>. Acesso em: 2020c.

PIRES, L.; CARVALHO, C. V. Planilha Para tensões em Solos Estratificados ou Saturados. GeoGebra, 2020. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/dda2vrjg>>. Acesso em: 2020d.

PIRES, ; CARVALHO, C. V. Ferramenta Continuada(Gráfico Tensões x Profundidade) de Tabela de Tensões. GeoGebra, 2020. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/kxedgcx3>>. Acesso em: 2020e.

PIRES, L.; CARVALHO, C. V. Semicírculos de Mohr para Tensão máxima de Cisalhamento. GeoGebra, 2020. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/k2bmdnbt>>. Acesso em: 2020f.

PIRES, L.; CARVALHO, C. V. Círculo de Mohr Para Estudo de Tensões Cisalhantes. GeoGebra, 2020. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/vfsnvfzu>>. Acesso em: 2020g.

PIRES, L.; CARVALHO, C. V. Plano de Tensões de Mohr - Equivalência de Ângulos. GeoGebra, 2020. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/df6cxp2w>>. Acesso em: 2020h.

Sobre os autores



LARISSA MARTINS PIRES

Aluna de graduação em Engenharia Civil na
Universidade de Vassouras

E-mail: martins.larissa2015@gmail.com



CARLOS VITOR DE ALENCAR CARVALHO

Pós-doutorado em Educação Matemática.

Doutorado e Mestrado em Engenharia Civil.

Aperfeiçoamento/Extensão Universitária em
Competitive Project Management na State
University of New York at New Paltz

Graduação em Engenharia Civil.

Professor Titular da Universidade de
Vassouras.

Email: cvitorc@gmail.com

carlos.vitor@universidadedevassouras.edu.br

Índice Remissivo

C

círculo de Mohr · 7, 8, 11, 15, 16,
17, 20, 22, 23, 30, 31, 32, 34, 39,
40, 52, 53

E

estruturas · 7, 8, 12, 16, 35, 55

F

fundações · 7, 8, 15, 55

G

GeoGebra · 8, 15, 16, 17, 18, 22, 23,
24, 26, 29, 34, 36, 37, 39, 40, 41,
42, 46, 47, 53, 56, 57

M

Mecânica dos Solos · 10, 16, 18, 22,
26, 30, 39, 42, 45, 50

Mohr · 10, 22, 23, 26, 28, 30, 32, 37,
39, 41, 49, 50

R

Resistência dos Materiais · 10, 12,
15, 16, 18, 26, 31, 39, 55, 57

S

software · 8, 16, 17, 18, 22, 24, 26,
29, 34, 36, 42

T

tecnologia · 7, 11, 19
tecnologias · 16, 22, 28
tensões em solos · 57
tensões nos solos · 7, 15, 16, 22, 26,
30, 49
